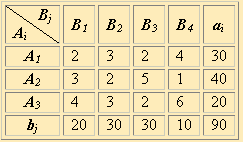
РГПУ им. А.И. Герцена

Тема «Оптимальность плана транспортной задачи»

Иванов Д.В., 2ИВТ, 1 группа, 2 подгруппа

***Задача 1***



***Решение***

Построим опорный план методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | ai |
| A1 | VV=20 | 2 | 0 | 3 | V=10 | 2 |  | 4 | 30 |
| A2 |  | 3 | V=30 | 2 |  | 5 | VV=10 | 1 | 40 |
| A3 |  | 4 |  | 3 | VV=20 | 1 |  | 6 | 20 |
| bj | 20 | | 30 | | 30 | | 10 | | 90 |

План вырожденный, т.к. количество занятых клеток меньше, чем .

4 + 3 - 1 = 6;

5 < 6;

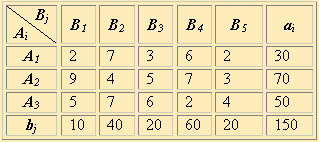
Клетка A1B2 имеет минимальный тариф и не образует с занятыми клетками замкнутый прямоугольный контур, поэтому мы заполняем ее нулем.

;

Составляем систему уравнений потенциалов (предполагая, что u1=0):  
=>

Проверяем свободные клетки. План оптимален по теореме 5, значит Z=Zmin.

***Задача 2***

  
***Решение***

Построим опорный план методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | VV=10 | 2 |  | 7 | V=20 | 3 |  | 6 | V=0 | 3 | 30 |
| A2 |  | 9 | VV=40 | 4 |  | 5 | 10 | 7 | 20 | 4 | 70 |
| A3 |  | 5 |  | 7 |  | 6 | VV=50 | 2 |  | 4 | 50 |
| bj | 10 | | 40 | | 20 | | 60 | | 20 | | 150 |

План вырожденный, т.к. количество занятых клеток меньше, чем .

5 + 3 – 1 = 7;

6 < 7;

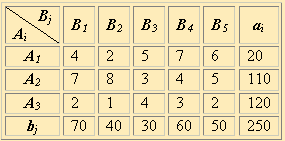
Клетка A1B5 имеет минимальный тариф и не образует с занятыми клетками замкнутый прямоугольный контур, поэтому мы заполняем ее нулем.

Составляем систему уравнений потенциалов (предполагая, что u1 = 0):

=>

Проверяем свободные клетки. План оптимален по теореме 5, значит Z=Zmin.  
Данный оптимальный план не является единственным, так как для клетки А1В4 сумма потенциалов равна стоимости перевозки u1 + v4 = с14.

***Задача 3***



***Решение***

Построим опорный план методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 |  | 4 | V | 2 |  | 5 |  | 7 | V=20 | 6 | 20 |
| A2 |  | 7 |  | 8 | VV=30 | 3 | VV=60 | 4 | V=20 | 5 | 110 |
| A3 | V=70 | 2 | VV=40 | 1 |  | 4 | V | 3 | V=10 | 2 | 120 |
| bj | 70 | | 40 | | 30 | | 60 | | 50 | | 250 |

План невырожденный, т.к. количество занятых клеток равно .

5 + 3 – 1 = 7;

7 = 7;

Составляем систему уравнений потенциалов (предполагая, что u1 = 0):

=>

Опорный план не оптимален, потому что существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(1;1): 0 + 6 > 4; ∆12 = 0 + 6 - 4 = 2  
(1;2): 0 + 5 > 2; ∆24 = 0 + 5 - 2 = 3  
max(2,3) = 3  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;1): 4  
Для этого в перспективную клетку (1;1) поставим знак +, а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки -, +, -.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | + | 4 |  | 2 |  | 5 |  | 7 | 20 - | 6 | 20 |
| A2 |  | 7 |  | 8 | 30 | 3 | 60 | 4 | 20 | 5 | 110 |
| A3 | 70 - | 2 | 40 | 1 |  | 4 |  | 3 | 10 + | 2 | 120 |
| bj | 70 | | 40 | | 30 | | 60 | | 50 | | 250 |

Из грузов хij в клетках со знаком -, выбираем наименьшее:

у = min (1, 5) = 20

Прибавляем 20 к объемам грузов, стоящих в клетках со знаком +, и вычитаем 20 из Хij в клетках со знаком -.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | 20 | 4 |  | 2 |  | 5 |  | 7 |  | 6 | 20 |
| A2 |  | 7 |  | 8 | 30 | 3 | 60 | 4 | 20 | 5 | 110 |
| A3 | 50 | 2 | 40 | 1 |  | 4 |  | 3 | 30 | 2 | 120 |
| bj | 70 | | 40 | | 30 | | 60 | | 50 | | 250 |

План невырожденный, т.к. количество занятых клеток равно .

5 + 3 – 1 = 7

7 = 7

Составляем систему уравнений потенциалов (предполагая u1 = 0):

=>

Опорный план не оптимален, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(1;2): 0 + 3 > 2; ∆24 = 0 + 3 – 2 = 1.  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;2): 2  
Для этого в перспективную клетку (1;2) поставим знак +, а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки -, +, -. Цикл приведен в таблице.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | 20 - | 4 | + | 2 |  | 5 |  | 7 |  | 6 | 20 |
| A2 |  | 7 |  | 8 | 30 | 3 | 60 | 4 | 20 | 5 | 110 |
| A3 | 50 + | 2 | 40 - | 1 |  | 4 |  | 3 | 30 | 2 | 120 |
| bj | 70 | | 40 | | 30 | | 60 | | 50 | | 250 |

Из грузов хij стоящих в клетках со знаком -, выбираем наименьшее: у = min (1, 1) = 20. Прибавляем 20 к объемам грузов, стоящих в клетках со знаком + и вычитаем 20 из Хij, стоящих в клетках со знаком -.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 |  | 4 | 20 | 2 |  | 5 |  | 7 |  | 6 | 20 |
| A2 |  | 7 |  | 8 | 30 | 3 | 60 | 4 | 20 | 5 | 110 |
| A3 | 70 | 2 | 20 | 1 |  | 4 |  | 3 | 30 | 2 | 120 |
| bj | 70 | | 40 | | 30 | | 60 | | 50 | | 250 |

План невырожденный, т.к. количество занятых клеток равно .

5 + 3 – 1 = 7

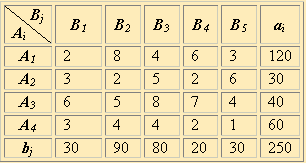
7 = 7

Составляем систему уравнений потенциалов (предполагая u1 = 0):

=>

Проверяем свободные клетки. План оптимален по теореме 5, значит Z=Zmin.

***Задача 4***



***Решение***

Построим опорный план методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | VV=30 | 2 | 10 | 8 | V=80 | 4 |  | 6 |  | 3 | 120 |
| A2 |  | 3 | VV=30 | 2 |  | 5 | VV | 2 |  | 6 | 30 |
| A3 |  | 6 | 40 | 5 |  | 8 |  | 7 | V | 4 | 40 |
| A4 |  | 3 | 10 | 4 | V | 4 | VV=20 | 2 | VV=30 | 1 | 60 |
| bj | 30 | | 90 | | 80 | | 20 | | 30 | | 250 |

План невырожденный, т.к. количество занятых клеток равно .

5 + 4 – 1 = 8

8 = 8

Составляем систему уравнений потенциалов (предполагая u1 = 0):

=>

Опорный план не оптимален, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;5): 0 + 5 > 3; ∆15 = 0 + 5 – 3 = 2.

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;5): 3

Для этого в перспективную клетку (1;5) поставим знак +, а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки -, +, -.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | 30 | 2 | 10 - | 8 | 80 | 4 |  | 6 | + | 3 | 120 |
| A2 |  | 3 | 30 | 2 |  | 5 |  | 2 |  | 6 | 30 |
| A3 |  | 6 | 40 | 5 |  | 8 |  | 7 |  | 4 | 40 |
| A4 |  | 3 | 10 + | 4 |  | 4 | 20 | 2 | 30 - | 1 | 60 |
| bj | 30 | | 90 | | 80 | | 20 | | 30 | | 250 |

Из грузов хij стоящих в клетках со знаком -, выбираем наименьшее: у = min (1, 2) = 10. Прибавляем 10 к объемам грузов, стоящих в клетках со знаком + и вычитаем 10 из Хij, стоящих в клетках со знаком -.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | 30 | 2 |  | 8 | 80 | 4 |  | 6 | 10 | 3 | 120 |
| A2 |  | 3 | 30 | 2 |  | 5 |  | 2 |  | 6 | 30 |
| A3 |  | 6 | 40 | 5 |  | 8 |  | 7 |  | 4 | 40 |
| A4 |  | 3 | 20 | 4 |  | 4 | 20 | 2 | 20 | 1 | 60 |
| bj | 30 | | 90 | | 80 | | 20 | | 30 | | 250 |

План невырожденный, т.к. количество занятых клеток равно .

5 + 4 – 1 = 8

8 = 8

Составляем систему уравнений потенциалов (предполагая u1 = 0):

=>

Проверяем свободные клетки. План оптимален по теореме 5, значит Z=Zmin.